

幾何学演習 I 期末試験

提出期間・場所：7/18(火)13:45 ~ 14:35, 22543 教室。

学生番号：

氏名：

[1] xy 平面上の曲線 $\vec{p} = (\cosh t, 2 \sinh t)$ ($0 \leq t \leq 1$) について以下の問いに答えなさい。

1. $x = \cosh t, y = 2 \sinh t$ において t を消去し、 x と y に関する方程式を求めなさい。

2. 上のパラメータ表示を点の運動と思ったときの、時刻 t における速度ベクトルを求めなさい。

3. この曲線の長さを積分を用いた式で表しなさい。

4. 点 $\vec{p}(t)$ における進行方向左向き単位法線ベクトル \vec{n} を求めなさい。

5. 公式 $\kappa(t) = \frac{\dot{x}\ddot{y} - \dot{y}\ddot{x}}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}}$ を用いて、この曲線の点 $\vec{p}(0)$ における曲率を求めなさい。

6. この曲線を x 軸のまわりに 1 回転して得られる曲面のパラメータ表示、面積の累次積分表示、単位法線ベクトル、第一基本量、第二基本量、ガウス曲率を求めなさい。この問題の解答は用紙の裏に書いてください。

[2] パラメータ表示 $\vec{p} = (\cos(t^2), \sin(t^2), t^2)$ ($0 \leq t \leq 1$) で与えられる曲線について、以下の問いに答えなさい。

1. $\dot{\vec{p}}(t)$ を計算しなさい。

2. 弧長パラメータ s を t の式で表しなさい。

3. 弧長パラメータ s によるこの曲線のパラメータ表示を求めなさい。

4. 3の弧長パラメータ表示を用いて、この曲線の単位接ベクトル $\vec{e}(s)$, 主法線ベクトル $\vec{n}(s)$, 従法線ベクトル $\vec{b}(s)$ を求めなさい。