

幾何学 II 期末試験 (90 分) 問題は表面裏面に分かれています。

学生番号：

氏名：

[1] (ア)~(オ) の各閉曲面は次の (1)(2)(3) のどれになるか、理由をつけて答えなさい。(2)(3) の場合は、 m の値も答えること。

(1) S^2 (2) $T^2 \# \dots \# T^2$ (m 個の T^2 の連結和) (3) $P^2 \# \dots \# P^2$ (m 個の P^2 の連結和)

(ア) $P^2 \# T^2 \# KB$ (イ) $KB \# KB$ (ウ) $abca^{-1}b^{-1}c^{-1}$ (エ) $aba^{-1}cdb^{-1}dc^{-1}$ (オ) $abcdabc^{-1}d$

[2] ふたつの図形を（位相的に）区別する方法をひとつあげなさい。具体例をあげて説明しなさい。

[3] 閉曲面 $M = abca^{-1}dcbd$ について、以下の問いに答えなさい。

1. この表示の与えるセル分割を、 $2n$ 辺形または円を用いて図示しなさい。1 セルには表示で用いられる名前をつけ、0 セルには名前 (u, v, \dots) を与えなさい (1 個ではないので注意!)。ただひとつの 2 セルは e としてください。1 セルや 2 セルには向きも矢印で示してください。

2. 上の分割に関する実係数鎖複体を $0 \longrightarrow C_2 \xrightarrow{\partial_2} C_1 \xrightarrow{\partial_1} C_0 \longrightarrow 0$ とします。次の各問いに答えなさい。

(1) C_2, C_1, C_0 は、それぞれ、どのような基底をもつ線形空間ですか。

(2) 線形写像 ∂_2 の (1) の基底に関する行列表示を求めなさい。またその行列の階数も求めなさい。

(3) 線形写像 ∂_1 の (1) の基底に関する行列表示を求めなさい。またその行列の階数も求めなさい。

3. 実係数ホモロジー群の次元 $\dim H_i(M; \mathbf{R})$ ($i = 0, 1, 2$) を計算しなさい。

4. オイラー標数 $\chi(M)$ を 2 通りの方法で計算し、それらが一致することを確認しなさい。