数学要論演習 I 期末試験：7 月 27 日 (木)　10:55〜11:45、21521 教室

【この用紙に解答してください。絶対に他の人の答案を写してはいけません。】

[1] 次の問に答えなさい。

1. 命題 $P \Rightarrow Q$ を $\neg, \wedge, \vee$ のいくつかを用いて書き換えなさい。

$$P \Rightarrow Q \equiv \boxed{}$$

2. 命題 $\neg(P \Rightarrow Q) \iff ((\neg P) \Rightarrow (\neg Q))$ の真理表を作り、この命題が恒真命題であるかどうか調べなさい。

P	Q	$\neg$	$(P \Rightarrow Q)$	$\iff$	$((\neg P)$	$\Rightarrow$	$(\neg Q))$
T	T						
T	F						
F	T						
F	F						

恒真命題で　ある　・　ない　（適当な方を○で囲んでください）

理由：

3. $\neg(\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x))) \equiv \exists x(P(x) \wedge \neg Q(x)))$ を証明しなさい。

[2] f は X から Y への写像であり、A は X の部分集合、B は Y の部分集合とします。以下の問いに答えなさい。

1. A の f による像 $f(A)$ の定義を書きなさい。

$$f(A) = \left\{ \boxed{} \right\}$$

2. B の f による逆像 $f^{-1}(B)$ の定義を書きなさい。

$$f^{-1}(B) = \left\{ \boxed{} \right\}$$

3. 公式 $A \subset f^{-1}(f(A))$ を証明しなさい。

4. $A \neq f^{-1}(f(A))$ となる実例を、$X, Y, f(x), A$ を具体的に指定し、右辺を計算することにより示しなさい。

$X = \boxed{}$, $Y = \boxed{}$,

$f(x) = \boxed{}$, $A = \boxed{}$,

$f(A) = \boxed{}$, $f^{-1}(f(A)) = \boxed{}$.

[3] 数列 $\{a_n\}$ が a に収束するならば、数列 $a_1, a_1, a_2, a_2, a_3, a_3, \ldots$ も a に収束することを証明しなさい。

[4] $|[0, \infty)| = |(0, \infty)|$ を証明しなさい。直接全単射を作ってもよいですし、ベルンシュタインの定理を使っても構いません。

学生番号： 氏名：