

数学要論 II 演習問題 1 2006.10.5

集合 $\mathbf{R}^2 = \mathbf{R} \times \mathbf{R} = \{x = (x_1, x_2) | x_1, x_2 \in \mathbf{R}\}$ の上に次の4つの距離関数を考えます (面倒なので肩の(2)は省略しましょう):

$$d(x, y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}, \quad d_0(x, y) = \max\{|x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|\},$$
$$d_1(x, y) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|, \quad d_D(x, y) = \begin{cases} 0 & (x = y \text{ のとき}) \\ 1 & (x \neq y \text{ のとき}) \end{cases}$$

[1] 以下の集合を図示してください。

- (1) $\{x \in \mathbf{R}^2 \mid d(x, (0, 0)) = 1\}$
- (2) $\{x \in \mathbf{R}^2 \mid d_0(x, (0, 0)) = 1\}$
- (3) $\{x \in \mathbf{R}^2 \mid d_1(x, (0, 0)) = 1\}$
- (4) $\{x \in \mathbf{R}^2 \mid d_D(x, (0, 0)) = 1\}$
- (5) $\{x \in \mathbf{R}^2 \mid d_D(x, (0, 0)) < 1\}$
- (6) $\{x \in \mathbf{R}^2 \mid d_0(x, (0, 0)) = d_0(x, (2, 2))\}$
- (7) $\{x \in \mathbf{R}^2 \mid d_1(x, (0, 0)) = d_1(x, (2, 2))\}$
- (8) $\{x \in \mathbf{R}^2 \mid d_D(x, (0, 0)) = d_D(x, (2, 2))\}$

[2] (\mathbf{R}^2, d) において、次の点列は収束しますか? 収束するならば極限も求めなさい。

- (1) $\{(1/n, 1/n)\}$ (2) $\{(n, n)\}$ (3) $\{(1/n, 0)\}$

[3] (\mathbf{R}^2, d_0) において、次の点列は収束しますか? 収束するならば極限も求めなさい。

- (1) $\{(1/n, 1/n)\}$ (2) $\{(n, n)\}$ (3) $\{(1/n, 0)\}$

[4] (\mathbf{R}^2, d_1) において、次の点列は収束しますか? 収束するならば極限も求めなさい。

- (1) $\{(1/n, 1/n)\}$ (2) $\{(n, n)\}$ (3) $\{(1/n, 0)\}$

[5] (\mathbf{R}^2, d_D) において、次の点列は収束しますか? 収束するならば極限も求めなさい。

- (1) $\{(1/n, 1/n)\}$ (2) $\{(n, n)\}$ (3) $\{(1/n, 0)\}$